

Esercitazione in fantica B

CODIFICA
BINARIA
NUMERI INTERI

09/10/2012

Esercizio 1 : scrivere tutti i numeri rappresentabili con 4 bit (binario e dec)

0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15

$$0 \leq x \leq 2^n - 1$$

li ricorriamo sommando '1'
qui volte

Esercizio 2 : convertire in binario usando 4 bit

5 5 2 1 0
 1 0 1
 ↓

$$0101$$

9 9 4 2 1 0
 1 0 0 1

$$1001$$

Ora facciamo la somma:

$$5 + 9 = 14$$

$$\begin{array}{r} 0101 + \\ 1001 = \\ \hline 1110 \end{array}$$

Esercizio 3

$N=6 \text{ bit}$ $0 < x < 63$

41		20		10		5		2		1		0
	1		0		0		1		0		1	

↳ 101001

18		9		4		2		1		0
	0		1		0		0		1	

↳ 0,10010

Da li somiamo $41 + 18 = 59$

101001

010010

111011 $\rightarrow 59$

Esercizio 4 : same i know, needs $N=5 \text{ bit}$

01011	+
00110	=
10001	

01111	+
10110	=
100101	

①
↓
overflow!

Esercizio 5

Elencare tutti i numeri in CPL₂ con 4 bit

Soluzione

Posso rappresentare

$$\boxed{-2^{m-1} < x < 2^{m-1} - 1}$$

- In CPL₂ ho un'unica rappresentazione dello zero
- Tutti i numeri negativi hanno come 1° bit a "1"
- Asimmetria tra positivi e negativi, $m=8$ $[-128; 127]$

- Per rappresentare $-N$ da 10 a CPL₂

>> faccio $(2^m - N)_{10}$ e poi converto

oppure >> rappresento N , complemento tutti i bit e sommo 1

$$\boxed{m=4 \text{ bit}}$$

$$-2^3 < x < 2^3 - 1 \quad \leadsto \quad -8 < x < 7$$

-8	1 0 0 0
-4	1 0 0 1
-6	1 0 1 0
-5	1 0 1 1
-4	1 1 0 0
-3	1 1 0 1
-2	1 1 1 0
-1	1 1 1 1

0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
3	0 0 1 1
4	0 1 0 0
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
7	0 1 1 1

Complemento Somma +1

1 1 1 0	1 1 1 1
1 1 0 1	1 1 1 0
1 1 0 0	1 1 0 1
1 0 1 1	1 1 0 0
1 0 1 0	1 0 1 1
1 0 0 1	1 0 1 0
1 0 0 0	1 0 0 1

8	1 0 0 0	0 1 1 1	1 0 0 0
---	---------	---------	---------

↓ facciamo una verifica

$$-5 \Rightarrow 2^4 - 5 = 16 - 5 = 11 = (1011)_2 \quad \text{OK!}$$

Esercizio 6

quanti bit mi servono?

$$(11)_{10} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{segno}}}{0} 1 0 1 1)_2 \rightarrow \text{per rappresentare } (11)_{10} \text{ servono 4 bit in complemento a 2 mi servono 5 bit}$$

$$(-4)_{10} = (2^5 - 4)_{\text{CPL}_2} = (32 - 4)_{\text{CPL}_2} = (28)_{\text{CPL}_2} = (11001)_{\text{CPL}_2}$$

Ora, dobbiamo sommare!

$$\begin{array}{r}
 01011 \\
 11001 \\
 \hline
 100100
 \end{array}$$

$4 \leq 11 - 4$
 $\rightarrow$ BIT DI SEGNO
 ignora

Esercizio 4 : eseguire in binario le differenze

$5 - 13 \rightarrow$ come farlo? $A - B = A + (-B)$

$A = 5 = 0101$

$B = 13 = 1101 \rightarrow 01101 \xrightarrow{\text{CP1}} 10010 \xrightarrow{\text{CP2}} 10011$

mi servono 5 bit $-2^{m-1} \leq x \leq 2^{m-1} - 1 \Rightarrow -2^4 \leq x \leq 2^4 - 1 \Rightarrow$

ora somma

$$\begin{array}{r}
 00101 \\
 10011 \\
 \hline
 10000
 \end{array}$$

ignora

Soluzione

$5 - 13 = -8$

$\rightarrow$ mi servono solo 4 bit!!!

Esercizio 8

Se ho 4 bit $-2^3 < x < 2^3 - 1$

$5 - 5 =$

$\rightarrow$ c'è overflow? No!

$5 + 5 =$

$\rightarrow$? auto!

$-8 < x < 4$

Esercizio 9

CODIFICA BINARIA
NUMERI FRAZIONARI

Conversione in binario : 0,125

$0,125 \cdot 2 = 0,25$	zipato
$0,25 \cdot 2 = 0,50$	0
$0,50 \cdot 2 = 1,00$	0
$1,00 \cdot 2 = 2,00$	1
$2,00 \cdot 2 = 4,00$	FINE

$$(0,125)_{10} = (0,001)_2$$

Conversione in binario : 0,375

$0,375 \cdot 2 = 0,75$	zipato
$0,75 \cdot 2 = 1,5$	0
$1,5 \cdot 2 = 3,0$	1
$3,0 \cdot 2 = 6,0$	1
$6,0 \cdot 2 = 12,0$	FINE

$$(0,375)_{10} = (0,011)_2$$

Conversione in decimale: 11,11

$$\text{Parte intera} : I = (11)_2 = (1 \cdot 2 + 1)_{10} = (3)_{10}$$

$$\text{Parte decimale} : D = (11)_2 = 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0,75$$

$$(11,11)_2 = (3,75)_{10}$$

Esercizio 10

Convertire 14,55 in binario (8 cifre decimali, troncamento)

$$(14)__{10} \rightarrow (10001)_2$$

$$(0,55)_{10} \rightarrow ?$$

$$0,55 \cdot 2 = 1,10$$

ripeto

1

$$0,10 \cdot 2 = 0,20$$

0

$$0,20 \cdot 2 = 0,40$$

0

$$0,40 \cdot 2 = 0,80$$

0

$$0,80 \cdot 2 = 1,60$$

1

$$0,60 \cdot 2 = 1,20$$

1

$$0,20 \cdot 2 = 0,40$$

0

$$0,40 \cdot 2 = 0,80$$

0

Troncamento

$$\text{Quindi } (14,55)_{10} \rightarrow (10001, 10001100)_2$$

Esercizio 11

Elencare tutti i numeri con solo 3 bit nelle porte funzionali

Sappiamo che dato n cifre possiamo rappresentare
i numeri che hanno parte decimale fino a

$$D = 1 - 2^{-n}$$

$$n=3 \quad D = 1 - 2^{-3} = 1 - \frac{1}{8} = 0,875$$

Sei vlessimo elencarli tutti:

$$\begin{matrix} 2^1 & 2^2 & 2^3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 \\ 2^{-3} \\ 2^{-2} \\ 2^{-2} + 2^{-3} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 0,125 \\ 0,25 \\ 0,375 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2^1 & 2^2 & 2^3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2^{-1} \\ 2^{-1} + 2^{-3} \\ 2^{-1} + 2^{-2} \\ 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} \end{matrix}$$

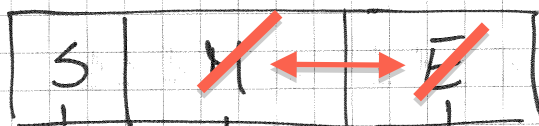
$$\begin{matrix} 0,5 \\ 0,625 \\ 0,75 \\ 0,875 \end{matrix}$$

Esercizio 12

- Codificare secondo lo standard IEEE a precisione singola il seguente numero decimale: 42,6875

ATTENZIONE!! Errata Corrigere

$[S] M \cdot 2^n$



La codifica corretta è...

$[S | E | M]$

signo
mantissa normalizzata
l'espone viene memorizzato in eccesso

mantissa normalizzata
tra
1,000... e
1,1111...

$$E = n + k$$

$$k = 2^{m-1} - 1$$

Aspettative totali	Precisione singola 32	Prec. doppia 64	Prec. quadrupla 128
S	1	1	1
E	8	11	15
M	23	52	111
K	124	163	16383

$$(42,6875)_{10} \rightarrow (?)_2 \rightarrow \underbrace{1010101011}_{(5)} = 1, \underbrace{010101011}_{(5)} \cdot 2^5$$

$$S = 0 (+)$$

$$E = n + k = 5 + 124 = (132)_{10} = (1000100)_2 \quad 8 \text{ bit}$$

$$M = 01010101 \quad 1000000 \quad 0000000 \quad (23 \text{ bit})$$

Quindi, a codificare un numero

- 1) Converti le due parti, intera e frazionaria
- 2) Potete scrivere esponente, vedi quanto è n
- 3) Trova S
- 4) Trova E
- 5) Trova M

Esercizio 13 : codifica secondo lo standard IEEE a precisione singola il seguente numero decimale

$$X = 0,845 \rightarrow 0,111 = 1,11 \cdot 2^{(-1)=m}$$

$$S = 0 \quad (+) \quad 1 \text{ bit}$$

$$E = \textcircled{-1}^{=m} + K = -1 + 127 = 126 \quad 8 \text{ bit}$$

$$M = 110000000000000000000000 \quad 23 \text{ bit}$$

Esercizio 14 : convertire in base 10 il seguente numero espresso secondo la codifica floating point

$$S = 0$$

$$M = 10010011000000000000000$$

$$E = 1000100$$

Troviamo prima quanto vale m addizionando l'esponente.
 $E = (1000100)_2 = 132 = m + K \Rightarrow m = 132 - 127 = 5$

Poi sappiamo che il numero sarà quindi:

$$+ 1, \underbrace{10010011}_5 \cdot 2^5 \rightarrow \underbrace{110010,011}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$50, \quad 0 \cdot 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} = 0,345$$

$$\text{Quindi il numero è: } \boxed{X = 50,345}$$

Esercizio 1

$$D = (A \text{ and } B) \text{ or } (\text{not}(C) \text{ and } A)$$

A B C	A and B	not(C)	not(C) and A	D
0 0 0	0	1	0	0
0 0 1	0	0	0	0
0 1 0	0	1	0	0
0 1 1	0	0	0	0
1 0 0	0	1	1	1
1 0 1	0	0	0	0
1 1 0	1	1	1	1
1 1 1	1	0	0	1

$$D = [(A \text{ and } B) \text{ or } C] \text{ and } \underbrace{\{\text{not}[(A \text{ and } B) \text{ or } C]\}}_E$$

A B C	A and B	(A and B) or C	E	D
0 0 0	0	0	1	0
0 0 1	0	1	0	0
0 1 0	0	0	1	0
0 1 1	0	1	0	0
1 0 0	0	0	1	0
1 0 1	0	1	0	0
1 1 0	1	1	0	0
1 1 1	1	1	0	0

Soluzione Banale!

osservare sempre il
problema prima di
cominciare a fare i conti!